Prof. Dr. Alfred Toth

Statische und dynamische logische und semiotische Werte

1. Bekanntlich wird das Zeichen als triadische gestufte Relation über den drei Peircezahlen, von Bense auch Primzeichen genannt (vgl. Bense 1980)

$P = (1, 2, 3)$,

d.h. durch

$Z = (1 \subset ((1 \subset 2) \subset (1 \subset 2 \subset 3)))$

eingeführt. Wie man sieht, kann man auf diese Weise die 1-, 2- und 3-stelligkeit der triadischen Teilrelationen sowie ferner ihr (transitives) Enthaltensein ineinander darstellen.

Aus der Menge der monadischen Peircezahlen wird die Menge ihrer dyadischen Subzeichen gebildet; diese sind also eine (echte) Teilmenge der kartesischen Produkte der P in sich ($S \subseteq P^2$). Sie sind ablesbar aus der von Bense (1975, S. 36-38) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3 .

2. Was die semiotische Matrix präsentiert, ist nun im Grunde erstaunlich, denn es widerspricht in krasser Weise der Konzeption der selbstenthaltenden Menge Z, in der ja die 2 die 1 und die 3 sowohl die 2 als auch die 1 enthält. Es ist also unmöglich, aus der Relation Z = (3, 2, 1) Permutationen Z' zu bilden, so daß diese Z' isomorph zu Z sind. So enthält z.B. in $\underline{P}(3, 2, 1) = (3, 1, 2)$ die 1 nicht die 3, daher können weiter 3 und 1 auch nicht in 2 enthalten sein. Was die semiotische Matrix offenbar enthüllt, ist eine sehr tief gelegene Schicht des Zusammenspiels von Bindung und Gebundenheit (engl. binding und bounding) im qualitativ-quantitativen Zahlbereich der Peircezahlen. Setzen wir B für binding und G für bounding, so erhalten wir

$B(1) = \emptyset \qquad G(1) = (2, 3)$

$B(2) = 1 \qquad G(2) = 3$

$B(3) = 1, 2 \qquad G(3) = \emptyset.$

Daß (B, G) keine 2-wertige Konversion darstellt, erhellt also bereits auf der Stufe der P, denn für die Vereinigungsmengen VB und VG gilt: $V(B(x)) \cup V(G)x)) \neq P$.

Wenn wir nun von den P zu den $P \times P$ fortschreiten, so läßt sich jedes Paar S = ((w.x), (y.z)) darstellen durch

$$\begin{array}{cccccccc} (w & . & x) & (x & . & z) \quad & (z & . & x) & (z & . & y) \\ \sqcup & & \sqcup & \sqcup & & \sqcap & \sqcap & & \sqcup & \sqcap & & \sqcap \\ (y & . & z) & (y & . & w) & (w & . & y) & (x & . & w), \end{array}$$

also durch die Inklusionsrelationen allein, d.h. eine monadische Teilrelation einer dyadischen Relation ist entweder B oder G. Vgl. etwa das konkrete Paar S = ((1.1), (1.2)):

$$\begin{array}{cccccccccccc} (1 & . & 1) & (1 & . & 2) & (1 & . & 1) & (2 & . & 1) \\ \| & & \sqcup & \| & & \sqcap & \sqcup & & \| & \sqcap & & \| \\ (1 & . & 2) & (1 & . & 1) & (2 & . & 1) & (1 & . & 1). \end{array}$$

Will man also die Valenz von Subzeichen auf nicht-triviale Weise darstellen, dann kann man zu ihrer Bestimmung die semiotischen Operatoren B und G benutzen:

V((1.1, 1.2)) = ((=, B), (=, G), (B, =), (G, =))

bzw. im abstrakten Schema

$V((w.x), (y.z)) = ((\sqcup, \sqcup), (\sqcup, \sqcap), (\sqcap, \sqcup), (\sqcap, \sqcap))$.

Auf nicht-triviale Weise, d.h. auf der Basis der beiden semiotischen Operatoren B und G anstatt auf Repräsentationswerten, kann semiotische Valenz (V) also als eine Quadrupelrelation

$V = ((w.x), (y.z)), \sqcup, \sqcap, =)$

definiert werden.

3. Für die 2-wertige aristotelische Logik L gilt

$L = (0, 1) = L^{-1} = (1, 0)$,

denn das Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten verbietet die Annahme eines vermittelnden Wertes

$0 \vee \neg 0$

$1 \vee \neg 1.$

Allerdings gibt es, wie in Toth (2015) ausgeführt, neben der Möglichkeit substantieller dritter Werte die Erzeugung eines differentiellen Tertiums. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$E \rightarrow L = (0, 1) =$

$$\left(\begin{array}{ll} L_1 = (0, (1)) & L_1^{-1} = ((1), 0) \\ L_2 = ((0), 1) & L_2^{-1} = (1, (0)) \end{array}\right)$$

Anstelle von 0 und 1 bekommen wir somit in diesem minimalen Fall

$0, (0)$

$1, (1),$

d.h. für jedes L_i gilt

$0 = f(1)$

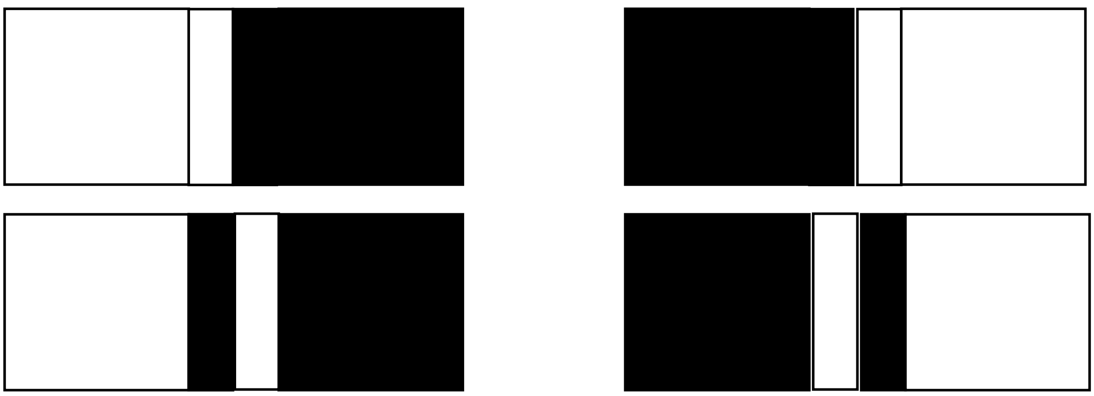
$1 = f(0),$

und somit ist

$(x \in 0) \subset 1$

$(y \in 1) \subset 0,$

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile. Man kann dies schematisch wie folgt darstellen.



Die Werte in einer solchen Logik sind also vermöge eines differentiellen Tertiums vermittelt. In Sonderheit gilt also für den Rand R

$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq Ø,$

während für $L = [0, 1]$ natürlich gilt

$R[0, 1] = R[1, 0] = Ø,$

vgl. dazu die folgenden äußerst treffenden Feststellungen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

Da entweder 0 oder 1 die logische Objekt- oder Subjektpositionen einnehmen, bedeutet die funktionelle Abhängigkeit beider Werte voneinander, daß das stillschweigend vorausgesetzte Axiom der 2-wertigen Logik, die, wie übrigens auch die polykonxexturale Logik Günthers, auf objektiven Objekten und subjektiven Subjekten basiert, suspendiert wird. Stattdessen sind subjektive Objekte und objekte Subjekte die neuen logischen Basiskategorien.

$\Omega = f(\Sigma)$ subjektives Objekt Objekt

$\Sigma = f(\Omega)$ objektives Subjekt Zeichen

Wie man erkennt, ist also das wahrgenommene subjektive Objekt gerade das Domänen- und das objektive Subjekt als dessen "Metaobjekt" (vgl. Bense 1967, S. 9) gerade das Codomänenelement der thetischen Einführung von Zeichen, d.h. die neue logische Basis ist gleichzeitig das vollständige Abbildungsschema der Zeichensetzung. Damit stehen Objekt und Zeichen in einer Dualrelation

$\Omega = f(\Sigma) \times \Sigma = f(\Omega)$,

und diese besagt, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung, die selbstverständlich nur durch ein Subjekt erfolgen kann – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermöge seiner Objektwahrnehmung – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftarrows [\Omega = f(\Sigma)]$ subjektives Objekt $\rightleftarrows$ objektives Subjekt,

die als Partizipationsrelationen definierbar sind. Es nichtet nicht nur das Nichts im Sein des Seienden, sondern es west auch das Sein des Seienden im Nichts.

Setzen wir nun die semiotischen Operatoren aus der Quadrupelrelation V in die logische Quadrupelrelation L* ein, so erhalten wir

$E \rightarrow L = (\sqsubset, \sqsupset) =$

$$\left(\begin{array}{ll} L_1 = (\sqsubset, (\sqsupset)) & L_1^{-1} = ((\sqsupset), \sqsubset) \\ L_2 = ((\sqsubset), \sqsupset) & L_2^{-1} = (\sqsupset, (\sqsubset)) \end{array}\right)$$

Der Unterschied zwischen den logischen Werten $L_{log} = (0, 1)$ und den semiotischen Bindungswerten $L_{sem} = (\sqsubset, \sqsupset)$ reflektiert nun präzise die «Doppelnatur» der semiotischen Subzeichen der Form $S = (x.y)$ mit $x, y \in P$, gleichzeitig statische Beschreibungen (x.y) und dynamische Abbildungen (x. → .y) zu sein, worauf bereits M. Bense in einer seiner Vorlesungen hingewiesen hatte. Die L_{log} sind statisch, die Operatorwerte von L_{sem} aber sind dynamisch. Durch die Abbildungen von Werten auf L_{log} einerseits und auf L_{sem} andererseits werden also die in einem semiosischen Morphismus gleichzeitig vorhandenen Eigenschaften über zwei primär geschiedene Abbildungssysteme distribuiert. Der Operatorwert «=» ist für identitive Morphismen reserviert, d.h. dann, wenn in den drei ortsfunktionalen Zählweisen der qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2016) x = y ist.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\sqsupset_i & \sqsubset_j & & \sqsubset_i & \sqsupset_j & & \sqsubset_j & \sqsupset_i & & \sqsupset_j & \sqsubset_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_j & \emptyset_i & \rightleftarrows & \emptyset_j & \emptyset_i \\
\updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
\sqsupset_i & \sqsubset_j & \rightleftarrows & \sqsubset_i & \sqsupset_j & \rightleftarrows & \sqsubset_j & \sqsupset_i & \rightleftarrows & \sqsupset_j & \sqsubset_i
\end{array}$$

Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\sqsupset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \sqsupset_j & & \emptyset_j & \sqsupset_i & & \sqsupset_j & \emptyset_i \\
\sqsubset_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_i & \sqsubset_j & \rightleftarrows & \emptyset_j & \sqsubset_i & \rightleftarrows & \sqsubset_j & \emptyset_i \\
\updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & \\
\sqsubset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \sqsubset_j & & \emptyset_j & \sqsubset_i & & \sqsubset_j & \emptyset_i \\
\sqsupset_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_i & \sqsupset_j & \rightleftarrows & \emptyset_j & \sqsupset_i & \rightleftarrows & \sqsupset_j & \emptyset_i
\end{array}$$

Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\sqsupset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \sqsupset_j & & \emptyset_j & \sqsupset_i & & \sqsupset_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & \sqsubset_j & \rightleftarrows & \sqsubset_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \sqsubset_j & \emptyset_i & \rightleftarrows & \emptyset_j & \sqsubset_i
\end{array}$$

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
\uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & \\
\varnothing_i & \sqsubset_j & & \sqsubset_i & \varnothing_j & & \sqsubset_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \sqsubset_i \\
\sqsupset_i & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & \sqsupset_j & \rightleftarrows & \varnothing_j & \sqsupset_i & \rightleftarrows & \sqsupset_j & \varnothing_i.
\end{array}
$$

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3, 1980, S. 287-294

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

20.12.2020